A láthatóság matematikája

Hogyan tett egy láthatatlan ikon egy vészhívó alkalmazásban mérhetővé egy tervezési szabályt

Kürtösi Péter

okleveles gépészmérnök

a Segítség vészhívó alkalmazás és fali konzol fejlesztője

2026. szeptember 27. · műhelytanulmány · 1.1 változat

doi.org/10.5281/zenodo.22998702

Absztrakt

Ez a dolgozat egyetlen konkrét hibából indul: egy vészhívó alkalmazás kezdőképernyőjén egy ikon láthatatlan volt azoknak, akiknek a legnagyobb szükségük lett volna rá. A hibát nem gép találta meg, és nem is a fejlesztő — hanem azok a látássérült emberek, akik jelezték, hogy használni szeretnék az alkalmazást, de nem tudják biztonsággal használni. A hiba mérve **1,00:1** és **1,17:1** közötti kontrasztarány volt ott, ahol a szabvány legalább **3:1**-et ír elő — a szélső esetben a két szín világossága matematikailag gyakorlatilag azonos: az arány 1,00:1, ami a skála alsó határa.

A dolgozat végigvezeti azt a matematikát, amire ebben az esetben programozni lehetett: az sRGB kódolás visszabontását lineáris fényre, a relatív luminancia együtthatóinak eredetét, a WCAG 2.1 kontrasztarány képletét a benne álló képernyő-fátyol taggal együtt, és a színtévesztés-szimuláció mátrixos alakját. Minden levezetés ugyanoda fut ki: egy szabályhoz, amit kódban ki lehet kényszeríteni.

A javítás után ugyanazok a mérések **4,2:1** és **7,6:1** közötti értéket adnak, és a jel akkor is olvasható marad, ha a nézője egyáltalán nem lát színt. A dolgozatban szereplő minden szám mérés vagy levezetés eredménye; ahol modellt vagy közelítést használunk, azt a szöveg külön megnevezi.

Kulcsszavak: akadálymentesség · WCAG 2.1 · kontrasztarány · relatív luminancia · sRGB · színtévesztés · vészhívó alkalmazás · UX-tervezés · idősek · látássérültség

Ajánlás és olvasási útmutató

> **Miért létezik ez a dolgozat**
> Ez az írás nem íróasztal mellett született. Egy működő, emberek kezében lévő vészhívó alkalmazás hibájából nőtt ki, és azért készült, hogy a következő ilyen hibát ne kelljen senkinek a saját kárán megtalálnia.

A tapasztalat az, hogy a színkontraszt szakirodalma két végletben létezik. Az egyik vég a szabvány szövege: pontos, de nem mondja meg, **miért** áll benne az, ami. A másik vég a tervezői blogbejegyzés: olvasható, de a képleteit nem lehet visszavezetni semmire, így nem lehet rá építeni.

Ez a dolgozat a kettő közé céloz. Minden szakasz ugyanazzal a szerkezettel dolgozik: **(1)** mit tapasztaltunk, **(2)** mi a mögötte lévő matematika, és **(3)** mi az a szabály, amit ebből kódba lehet írni. Ahol egy állítás mérésen alapul, ott a mérés módja is szerepel; ahol levezetésen, ott a levezetés.

> **Egy megjegyzés a tudományos apparátusról**
> A képleteket nem mi találtuk ki: mindegyik szabványból vagy lektorált közleményből származik, és a dolgozat végén hivatkozás tartozik hozzájuk. Amit hozzátettünk, az nem a matematika, hanem az eset: egy valódi termék, valódi felhasználók valódi visszajelzésével, és a mérések, amiket ezen a terméken végeztünk.

A dolgozat felhasználható oktatási célra. Az ábrák és a bennük szereplő számok mind a B függelékben leírt, nyílt forráskódból generálódnak, ugyanabból a kódból, amelyik a szövegben álló számokat is számolja — így egy ábra nem tud ellentmondani a szövegnek.

1. A hiba, ami elindította

A *Segítség* egy ingyenes vészhívó alkalmazás idős és lábadozó embereknek — az alkalmazásról bővebben: **vigyazokrad.hu**. A kezdőképernyője csempékből áll, egy csempe egy személy. Minden csempe alján egy kis ikon mondja meg, mi történik, ha rákoppintasz: hívás indul, vagy üzenet megy.

Az ikon színe fényképes csempéken kifogástalan volt. A fénykép fölött a névszalag 78 %-os fedésű fekete, azon a halvány zöld boríték tisztán látszott — a képernyőn mérve **9,92:1**. Ez a szám nem származtatható hexadecimális értékekből, mert ott a háttér maga a fénykép; ezért mértük, nem számoltuk.

Csakhogy nem minden csempén van fénykép. Akinek nincs fotója, az rajzolt figurát kap, alatta pasztell színű névszalaggal — hat pasztell szín közül eggyel. És ott ugyanaz az ikon egyszerűen eltűnt.

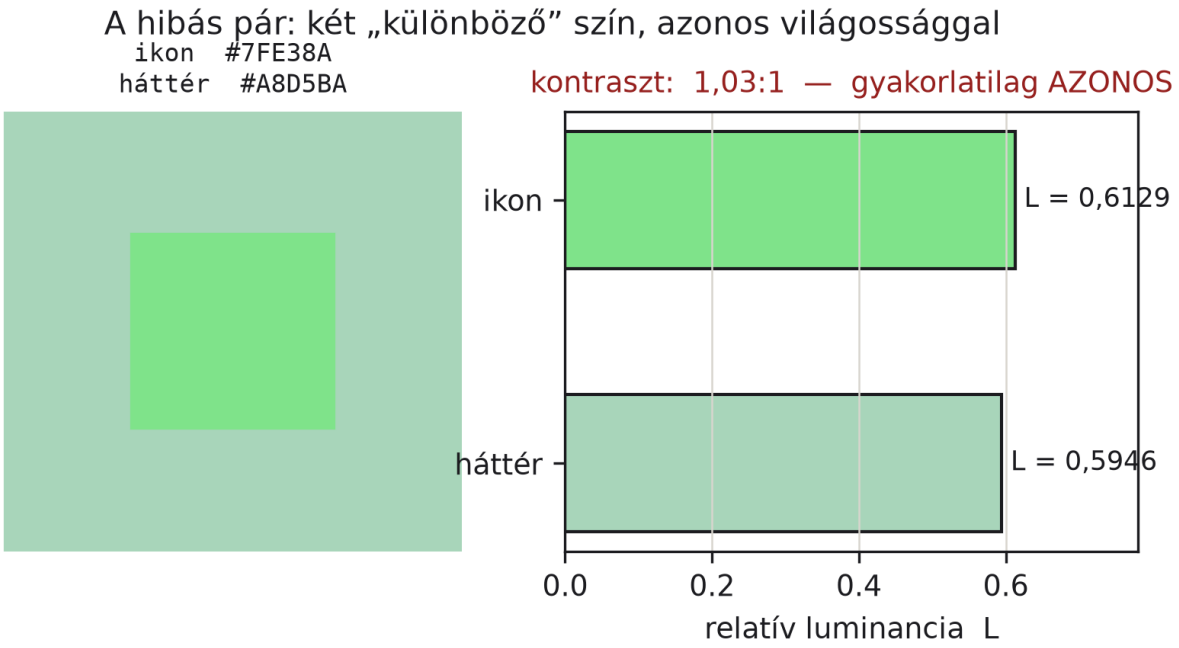
> **A mondat, ami elindította**
> „A boríték pontosan ugyanolyan zöld, mint a csempe mögötte. Ezt senki nem látja.”

A mondatot valaki mondta, aki csak ránézett a telefonra. Előtte viszont már jelezte egy másik felhasználó is, akinek magának van nehézsége a színekkel, hogy ő *egyáltalán nem talál* ikont — és azt a választ kapta, hogy „ott van az a kis ikon”.

Mindkettőjüknek igaza volt, és nem szubjektíven. A mérés a szemnél is rosszabb helyzetet mutatott.

Amit ez jelent

A bejelentett eset — a halvány zöld ikon a zöld névszalagon — mérve **1,03:1**. Ez nem „gyenge kontraszt”: azt jelenti, hogy a két szín luminanciája gyakorlatilag azonos. A hat pasztell háttér közül kettőn az arány két tizedesre kerekítve **1,00:1** — a mért érték **1,0010** és **1,0042**. Ez a skála **alsó határa**: a kontrasztarány 1:1-nél kisebb nem lehet, mert ott a két luminancia már azonos. Aki nem látta, nem képzelődött: tényleg nem volt ott semmi.



1. ábra. *A hibás pár. Balra a két szín úgy, ahogy a képernyőn állt: a halvány zöld ikon a zöld névszalagon. Jobbra a két szín relatív luminanciája — gyakorlatilag azonos. A szemnek a két szín különböző; a fény mennyiségében viszont nincs köztük különbség.*

2. Fény, világosság, színezet

A hiba megértéséhez el kell választani három fogalmat, amit a köznyelv összemos.

— **Fényerő (luminancia):** mennyi fény jön a felületről. Fizikai mennyiség, mérhető.

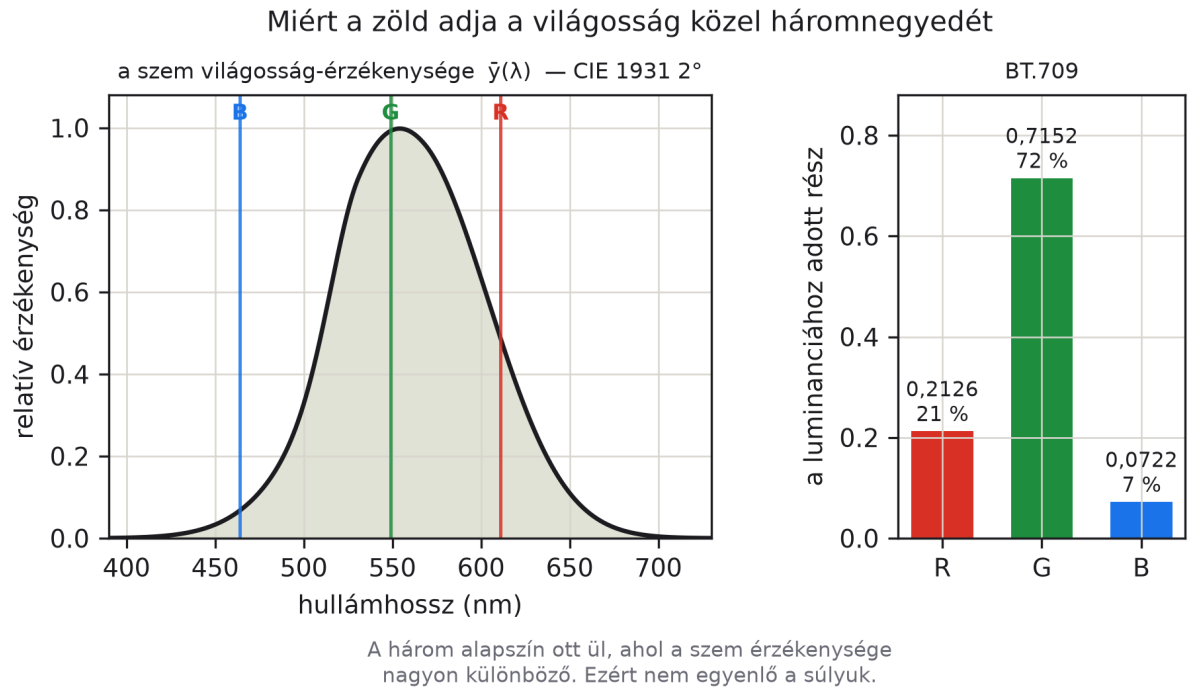
— **Világosság (lightness):** mennyinek *látjuk* ezt a fényt. Nem arányos a luminanciával — a szem a sötét végén sokkal érzékenyebb a változásra.

— **Színezet (hue):** hogy pirosnak, zöldnek vagy kéknek látjuk-e. Ez a fény hullámhossz-összetételéből jön.

A WCAG kontrasztképlete **kizárólag az elsővel** dolgozik. Ez nem hiányosság, hanem döntés: a luminancia-különbség az a jel, amit a látórendszer akkor is felfog, ha a színcsatornák sérültek. Ebből következik viszont a dolgozat legfontosabb mondata, amire a 8. szakaszban visszatérünk: **a színezet nem szerepel a képletben.**

Miért nem egyenlő a három alapszín súlya

A szem érzékenysége erősen hullámhossz-függő. A CIE 1931-es szabványos megfigyelő $\bar{y}(\lambda)$ függvénye pontosan ezt írja le: ez a görbe adja meg, hogy adott hullámhosszú fényből mennyi „világosság” lesz. A csúcsa 555 nm körül van — a zöldben.



2. ábra. *Balra a szem világosság-érzékenysége a hullámhossz függvényében (CIE 1931, 2°-os megfigyelő), a három sRGB alapszín közelítő domináns hullámhosszával. Jobbra a BT.709 luminancia-együtthatói. A zöld alapszín majdnem a görbe csúcsán ül, a kék viszont a görbe alján — ezért ad a zöld* **72 %***-ot a világossághoz, a kék pedig mindössze* **7 %***-ot.*

Ez a magyarázata annak, hogy a következő szakaszban megjelenő három együttható miért ennyire eltérő. Nem konvenció és nem hangolás: a szem érzékenységi görbéjének és az alapszínek spektrumának a szorzatából adódik.

3. Az sRGB kódolás visszabontása

Egy képernyőn a `#7FE38A` három bájt. Ezek a bájtok **nem** fénymennyiségek: az sRGB szabvány nemlineárisan kódol. A görbe alakja történetileg a katódsugárcsöves képernyők válaszgörbéjét követi, és szerencsés egybeesés, hogy nagyjából azt adja, amire a szemnek is szüksége van: a 256 lépcső ott sűrűbb, ahol a szem a legérzékenyebb a különbségre — a sötét végen. Mielőtt bármit számolni lehetne, vissza kell bontani lineáris fényre.

```
s = c / 255

lin(s)  =   s / 12,92                      ha   s ≤ 0,04045
        =   ((s + 0,055) / 1,055)^2,4          egyébként
```

Miért van egyenes szakasz a sötét végen

A képlet azért nem egyetlen hatványfüggvény, mert a **kódoló** irányban — amikor a fényből lesz bájt — a görbe meredeksége a nulla közelében minden határon túl nő: az *L^(1/2,4)* függvény deriváltja a nullában végtelen. Ez a kvantálásnál és a zajnál okozna gondot, ezért kap a sötét vég egy egyenes szakaszt. Fontos a sorrend: a **visszabontó** irány deriváltja a nullában éppen ellenkezőleg *nulla* — a két irányt könnyű összekeverni, ezért érdemes megmondani, melyikről van szó.

Miért nem vezethető le mindkét állandó egyetlen feltételből

Kézenfekvő volna azt mondani, hogy a töréspont és a meredekség a folytonosságból adódik. Ez így azonban nem állja meg a helyét: a folytonosság **egy** egyenlet, az ismeretlen viszont **kettő** — a töréspont és a meredekség. Két számot egy egyenlet nem határoz meg. Ami kimondható, az kétféle illesztés.

Folytonos illesztés. Csak annyit kérünk, hogy a két ág *értéke* egyezzék meg a töréspontban:

$$s_0 / 12{,}92 \;=\; ((s_0 + 0{,}055) / 1{,}055)^{2{,}4}$$

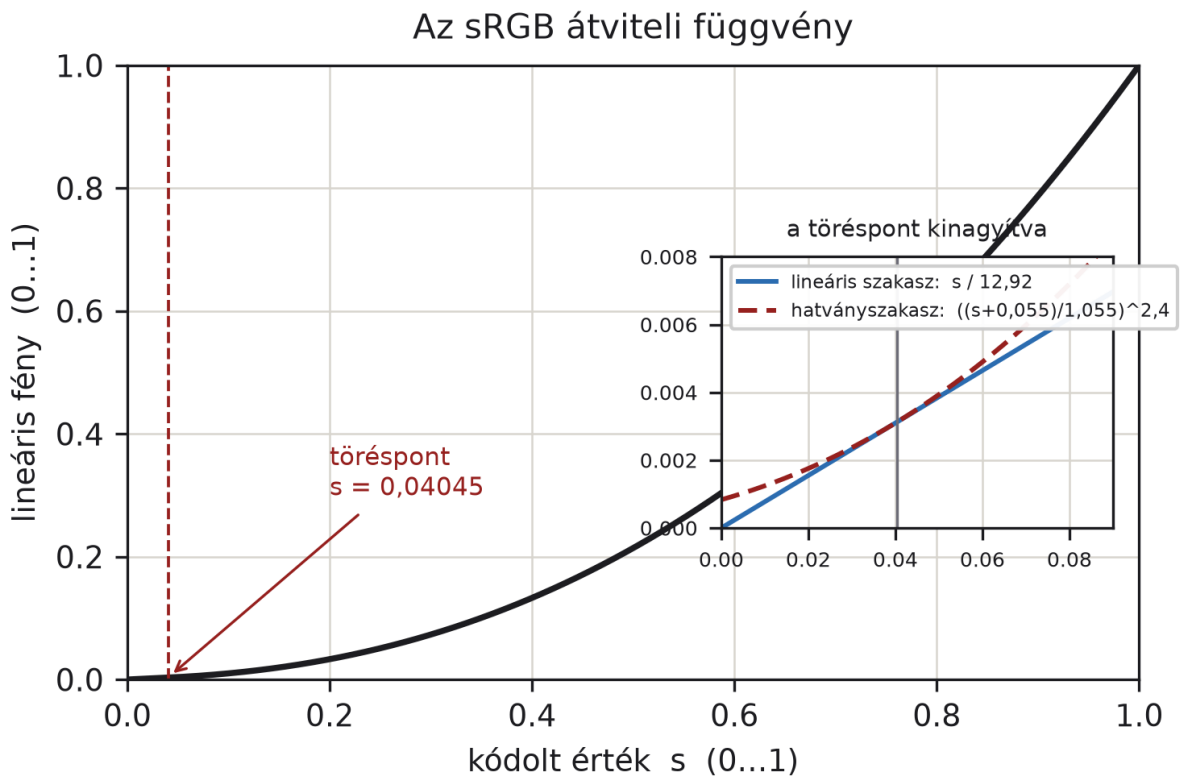
A szabvány 0,04045-os töréspontja ezt teljesíti. Nem kell elhinni: a B függelék kódja mindkét oldalt kiszámolja, és a különbség $\mathbf{2{,}3 \cdot 10^{-9}}$ — a lebegőpontos ábrázolás határán nulla.

Sima illesztés. Ez többet kér: egyezzenek meg a *deriváltak* is. Ez már két egyenlet, és zárt alakban megoldható — a meredekség kiesik, és marad $s_0 \cdot 2{,}4 = s_0 + 0{,}055$, vagyis

$$s_0 \;=\; 0{,}055 / (2{,}4 - 1) \;=\; 0{,}0392857$$

Az sRGB szabvány tehát a **folytonos** illesztést választotta, nem a simát: 0,04045-nél a két ág értéke egyezik, a meredekségük viszont **1,71 %-kal** eltér. A görbe folytonos, de nem sima — és ez rendben van, mert a törés a szemnek láthatatlan.

> **Egy eltérés, amit érdemes ismerni**
>
> A WCAG 2.1 szövegében nem 0,04045 áll, hanem **0,03928** — és ez pontosan a fenti *sima* megoldás első öt tizedese. A két szabvány ugyanannak a görbének két védhető kerekítését használja. Hogy ez mennyit számít, nem véleménykérdés, hanem megszámolható: a 256 lehetséges 8 bites színszint közül **0** esik a két küszöb közé, és a sávon belül a két ág luminanciájának legnagyobb eltérése $\mathbf{7{,}6 \cdot 10^{-7}}$. Egyetlen 8 bites webszínre sem adnak különböző eredményt.



3. ábra. *Az sRGB átviteli függvény. A nagyított részleten a két ág külön látszik: a kék egyenes a lineáris szakasz, a piros szaggatott a hatványfüggvény. A töréspontban a két ág* **értéke** *megegyezik — a görbe folytonos. A meredekségük viszont 1,71 %-kal eltér, tehát nem sima.*

> **A gyakorlati következmény**
>
> Ha valaki a hexadecimális értékekkel közvetlenül számol — például egyszerűen átlagolja őket, vagy kivonja egymásból —, az eredmény nem fényarány, hanem értelmetlen szám. A kódolást **mindig** vissza kell bontani, mielőtt bármit összehasonlítunk.

4. A relatív luminancia

A három lineáris csatornából egyetlen szám lesz, a relatív luminancia:

```
L  =  0,2126·R_lin  +  0,7152·G_lin  +  0,0722·B_lin
```

A három együttható az ITU-R BT.709 ajánlás alapszíneinek és a D65 fehérpontnak a CIE XYZ térbe való átváltásából származik — pontosabban az átváltási mátrix **Y sorából**. Az *Y* tengely a CIE rendszerben éppen a luminancia, és a szem $\bar{y}(\lambda)$ érzékenységi függvényéhez van igazítva.

Más szóval: a három szám azt mondja meg, hogy a három alapszín mennyi **fényt** ad a fehérhez. Nem a „fontosságukat” fejezi ki, és nem esztétikai súlyozás. A három összege 1,0000, mert a teljes fehér relatív luminanciája definíció szerint 1.

csatorna	együttható	a fehér hány százaléka
vörös (R)	0,2126	21 %
zöld (G)	0,7152	72 %
kék (B)	0,0722	7 %

1. táblázat. *A BT.709 luminancia-együtthatói. A zöld egymaga több világosságot hordoz, mint a másik kettő együtt: 3,4-szer annyit, mint a vörös, és 9,9-szer annyit, mint a kék.*

5. A kontrasztarány és a képernyő-fátyol

Két szín kontrasztja a WCAG 2.1 szerint a két luminancia hányadosa, a világosabbal a számlálóban:

```
CR  =  (L_világosabb + 0,05) / (L_sötétebb + 0,05)
```

Mit keres ott a 0,05

A tag neve **képernyő-fátyol** (flare). Egy valódi kijelző felszíne visszaver valamennyit a szoba fényéből, ezért a megjelenített „fekete” sosem nulla fényerő. A 0,05 ennek a szórt fénynek a szabvány által feltételezett mértéke, a fehér fényerejének arányában.

Ebből egyenesen következik a skála két vége. A legkisebb arány nyilván 1:1, két azonos luminanciájú szín esetén. A legnagyobb pedig tiszta fekete és tiszta fehér között:

```
CR_max  =  (1,00 + 0,05) / (0,00 + 0,05)  =  21:1
```

Ezért szerepel minden akadálymentességi anyagban a 21:1 mint felső határ. Nem kerek szám véletlenül: a fátyol-tag választásából jön.

A küszöbök

mire vonatkozik	WCAG-pont	AA	AAA
normál szöveg	1.4.3 / 1.4.6	4,5:1	7:1
nagy szöveg (18 pt, ill. 14 pt félkövér ≈ 24, ill. 18,7 px)	1.4.3 / 1.4.6	3:1	4,5:1
nem-szöveges grafika, kezelőelem, állapotjel	1.4.11	3:1	—

2. táblázat. *A WCAG 2.1 kontraszt-küszöbei. A csempéken lévő ikonok a harmadik sorba tartoznak: nem szöveg, de a felület nem érthető nélkülük.*

Az ikonokra tehát **3,0** a küszöb. A mért **1,00–1,17** ennek a **33–39 %-a**.

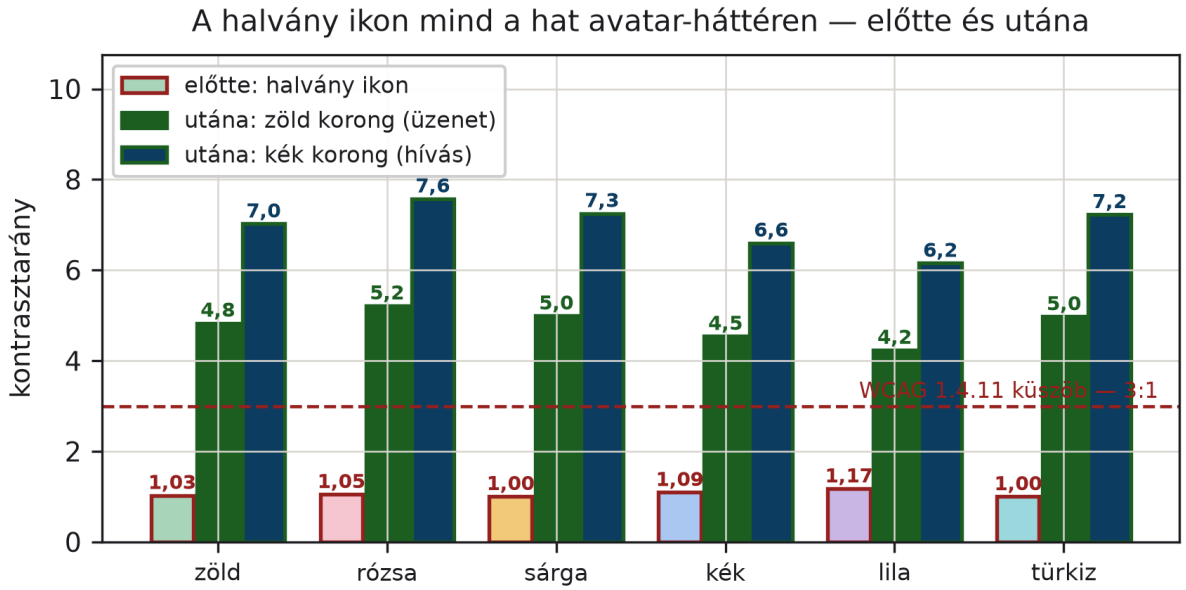
6. Az eset mérve

Az ikon színe #7FE38A volt, relatív luminanciája **0,6129**. A hat pasztell avatar-háttér mindegyikére kiszámolva a kontrasztarányt, a következő kép adódik.

avatar-háttér	hex	L	kontraszt az ikonnal	WCAG 1.4.11 (3:1)
zöld	#A8D5BA	0,5946	**1,03:1**	**MEGBUKIK**
rózsa	#F6C6D0	0,6454	**1,05:1**	**MEGBUKIK**
sárga	#F2C879	0,6157	**1,00:1**	**MEGBUKIK**
kék	#A9C7F0	0,5557	**1,09:1**	**MEGBUKIK**
lila	#C9B6E4	0,5147	**1,17:1**	**MEGBUKIK**
türkiz	#9BD8DE	0,6135	**1,00:1**	**MEGBUKIK**

3. táblázat. *A halvány ikon (#7FE38A, L = 0,6129) kontrasztja a hat avatar-háttéren. Egyetlen érték sem éri el a 3:1-es küszöböt.*

A legrosszabb eset a **türkiz** háttér: **1,0010:1** — a **sárga** épp csak fölötte (**1,0042:1**), ezért mutat a táblázat két tizedesre mindkettőnél ugyanazt. A legjobb a **lila**, ahol **1,17:1** — vagyis a hat közül **egyetlenegy sem** éri el a 3:1-es küszöböt. A teljes tartomány a küszöb **39 %-a alatt** marad: még a legjobb eset is alig több a küszöb harmadánál.



4. ábra. *A halvány ikon kontrasztja mind a hat avatar-háttéren (piros kerettel), és ugyanez a javítás után (zöld kerettel). A szaggatott vonal a WCAG 1.4.11 szerinti 3:1-es küszöb. A javítás előtt egyetlen oszlop sem éri el; utána — itt a zöld koronggal, a kettő közül a rosszabbikkal — mindegyik fölötte van.*

A mérés módja

A hexadecimális értékek az alkalmazás forráskódjából származnak, a kontrasztokat a 3–5. szakaszban leírt képlet számolja. A fényképes csempén mért 9,92:1 ezzel szemben *képernyőmérés*, mert ott a háttér a fénykép maga — ezt a számot nem lehet hex értékekből levezetni, és nem is tettük.

7. Színtévesztés: a második mérce

A kontrasztarány önmagában nem mondja meg, mi történik azzal, aki a színeket másként látja. Az európai eredetű férfi lakosság mintegy **8 %-a**, a női mintegy **0,4 %-a** vörös–zöld színtévesztő (Birch, 2012). Ez a szám populációfüggő: kínai és japán mintákon a férfiaknál 4–6,5 % közötti arányt mértek. A leggyakoribb forma a deuteranomália.

A szimulációhoz a gyakorlatban a Machado, Oliveira és Fernandes (2009) által közölt mátrixokat használják — ezekre épül több elterjedt fejlesztői és tervezőeszköz látásszimulációja is. Három 3×3-as mátrix, súlyosság szerint skálázva; itt a teljes (1,0) eseteket használjuk. A dikromát eseteknek külön hivatkozási alapja van, a Brettel–Viénot–Mollon eljárás, amely LMS térben vetít.

> **Egy részlet, amit gyakran elrontanak**
>
> Ezek a mátrixok **lineáris RGB-re** vannak definiálva. Ha valaki egyenesen az sRGB értékekre alkalmazza őket, közel jár — de nem helyes. A helyes lánc: **sRGB → lineáris → mátrix → sRGB**. A dolgozat minden szimulációja így készült.



5. ábra. *Ugyanaz a két csempe öt látásmódban. A felső sorban a halvány ikon: normál látással még kivehető, akromatópsziában* **teljesen eltűnik**. *Az alsó sorban a javítás — sötét korong, fehér jellel — mind az öt módban ugyanolyan olvasható.*

Érdemes megfigyelni, hogy a kontrasztszámok alig mozdulnak a szimulált módok között. Ennek mérhető oka van: a dolgozatban szereplő kilenc színen a szimuláció a relatív luminanciát legfeljebb **0,041**-dal mozdítja el — a legtöbbet a protanópia, a legkevesebbet a tritanópia (0,014). Ez azonban nem általános törvény: a mátrixok *nem* luminancia-megőrzők. Ezen a palettán viszont a világosság-viszonyok gyakorlatilag változatlanok, és ezért igaz itt, hogy **ami világosságon átmegy, az a színtévesztő nézőnek is átmegy**.

8. A szabály, ami ebből következik

> **A dolgozat legfontosabb mondata**
>
> A színezet egyáltalán nem szerepel a luminancia képletében. Csak a világosság. Ezért lehet két szín szemre jól megkülönböztethető — a mért esetben **59°**-kal tér el a színezetük a színkörön —, és mégis **1,00:1** a kontrasztjuk. Sőt: a majdnem szemközti **rózsa** háttéren (139°) is csak **1,05:1**.

Ebből egy olyan szabály következik, amit ténylegesen kódba lehet írni:

> **A szabály**
> Soha ne a színezet legyen az egyetlen különbség két dolog között. Hozz létre **világosság-különbséget**. A színezet hordozhat többletjelentést, de nem lehet a jelentés hordozója — mert a nézők egy részének egyszerűen nincs ott.

Ez nem esztétikai tanács. Ez az a forma, amiben a 2–7. szakasz matematikája használható: egy állítás, amit egy teszt el tud dönteni.

9. A javítás, mérve

A javítás pontosan a fenti szabályt követte. Az ikon **nem** lett élénkebb zöld — az ugyanaz a hiba lett volna egy fokkal feljebb. Ehelyett saját **sötét korongot** kapott, rajta fehér jellel — és a korong színe viszi tovább azt a jelentést, amit eddig maga az ikon hordozott:

— **üzenet**: zöld korong, #1B5E20

— **hívás**: kék korong, #0D3C61

— a jel mindkettőn #FFFFFF — fehér

A mérés a javítás után:

avatar-háttér	hex	zöld korong	kék korong	WCAG 1.4.11 (3:1)
zöld	`#A8D5BA`	**4,83:1**	**7,02:1**	**MEGFELEL**
rózsa	`#F6C6D0`	**5,21:1**	**7,57:1**	**MEGFELEL**
sárga	`#F2C879`	**4,99:1**	**7,25:1**	**MEGFELEL**
kék	`#A9C7F0`	**4,54:1**	**6,60:1**	**MEGFELEL**
lila	`#C9B6E4`	**4,23:1**	**6,15:1**	**MEGFELEL**
türkiz	`#9BD8DE`	**4,97:1**	**7,23:1**	**MEGFELEL**

4. táblázat. *A javítás után: a zöld (`#1B5E20`, üzenet) és a kék (`#0D3C61`, hívás) korong kontrasztja ugyanazon a hat háttéren.*

A korong és a hat háttér kontrasztja a **zöldnél 4,2:1** és **5,2:1**, a **kéknél 6,2:1** és **7,6:1** közé esik — vagyis a 3:1-es küszöb **1,4–2,5-szerese**. A fehér jel a korongon **7,87:1** (zöld), illetve **11,44:1** (kék) — mindkettő az AAA szintű 7:1 fölött.

> **Amit ez megmutat**
> A színezet nem tűnt el: a korong zöld, illetve kék, és tovább hordozza a jelentést. Ami megváltozott, az a **szerepe**. A láthatóságot már nem a színezet adja, hanem a sötét korong és a pasztell háttér **világosság-különbsége** — és ezt a különbséget a színezet nem tudja elnyelni. Pontosan ez a 8. szakasz szabálya, kódba írva.

És ami ennél fontosabb: a jel most már akkor is ott van, ha a néző egyáltalán nem lát színt. Ezt mutatja az 5. ábra alsó sora.

10. Hogyan legyen ebből kapu a kódban

Egy szabály, amit nem ellenőriz semmi, előbb-utóbb megsérül. A fenti matematika néhány sorban leírható, és ha leírtuk, a folyamatos integráció minden változtatásnál újra megkérdezheti.

```
function luminancia(hex) {
  const v = [0, 2, 4].map(i => {
    const s = parseInt(hex.slice(i + 1, i + 3), 16) / 255;
    return s <= 0.04045 ? s / 12.92
                        : Math.pow((s + 0.055) / 1.055, 2.4);
  });
  return 0.2126 * v[0] + 0.7152 * v[1] + 0.0722 * v[2];
}

function kontraszt(a, b) {
  const la = luminancia(a), lb = luminancia(b);
  return (Math.max(la, lb) + 0.05) / (Math.min(la, lb) + 0.05);
}
```

A kapu ezután egyetlen állítás. Fontos, hogy a küszöb *ne* a kódban elszórva szerepeljen, hanem egy helyen, névvel:

```
import { strict as assert } from 'node:assert';

const KUSZOB_UI = 3.0;   // WCAG 2.1 — 1.4.11

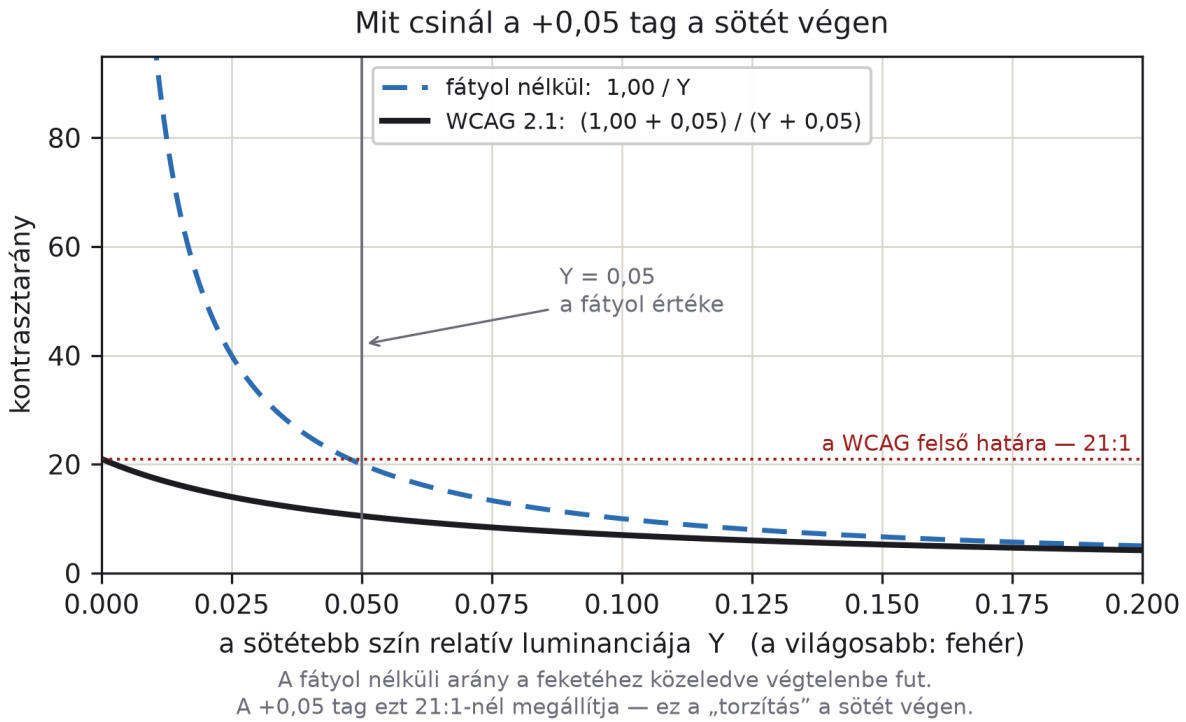
for (const hatter of AVATAR_SZINEK) {
  const cr = kontraszt(IKON_KORONG, hatter);
  assert(cr >= KUSZOB_UI,
         `${hatter}: ${cr.toFixed(2)}:1 < ${KUSZOB_UI}:1`);
}
```

> **Amit a kapu nem old meg**
>
> A fenti teszt a *névszalagon* lévő ikont méri, mert ott ismerjük mindkét színt. A fényképes csempén nem ismerjük a hátteret — ott a jel olvashatóságát a sötét korong *garantálja*, nem egy szám. Ezt a különbséget érdemes kimondani, mert egy zöld teszt könnyen kelti azt a látszatot, hogy mindent lefed.

11. Ahol a WCAG 2.1 képlete téved

A becsületesség megköveteli kimondani: a fenti képletről tudott, hogy pontatlan. Leginkább sötét háttereken és a középtónusokban tér el attól, amit az ember ténylegesen lát. Az ok a +0,05 tag: a sötét végen **ez uralja a hányadost**, nem a tényleges fényerő.

Ez nem elvi kifogás, hanem számolható. Egy fehér felületen a fátyol nélküli arány a feketéhez közeledve minden határon túl nő; a WCAG képlete viszont 21:1-nél megáll. A két görbe csak lassan közeledik: Y = 0,05-nél a fátyol nélküli arány még **1,90-szorosa** a WCAG-énak, és az eltérés csak Y ≈ **0,19** fölött csökken 20 % alá. A sötét végen tehát a képlet lényegében egyetlen számmá simítja azt a tartományt, ahol a szem a legérzékenyebb a különbségre.



6. ábra. *Mit csinál a fátyol-tag. Fehér a világosabb szín; a vízszintes tengelyen a sötétebb szín luminanciája. Fátyol nélkül (kék szaggatott) az arány a feketéhez közeledve végtelenbe fut. A +0,05 tag ezt* **21:1-nél megállítja**. *A két görbe lassan közeledik: Y = 0,05-nél még 1,90-szoros az eltérés, és csak Y ≈ 0,19 fölött megy 20 % alá — vagyis a képlet pontosan ott simítja el a különbségeket, ahol a szem a legérzékenyebb.*

A képlet utódja az **APCA** (Accessible Perceptual Contrast Algorithm), amely a WCAG 3 munkaanyagában szerepel. Az APCA a polaritást is modellezi — a sötét-világoson és a világos-sötéten nem ugyanaz az eset —, és nem arányt ad vissza, hanem egy *Lc* értéket nagyjából −108 és +106 között.

> **A gyakorlati döntés**
>
> Ami ma normatív — amire bolti adatlapon, közbeszerzésen vagy konferencián hivatkozni lehet — az a WCAG 2.1. Tehát arra programozunk. Az APCA-t ismerjük, és ahol többet mond, ott figyelünk rá; a megfelelőséget viszont 2.1-ben mondjuk ki.

Megjegyzés a 6. ábrához: ez szándékosan *nem* APCA-értékeket mutat, hanem a szabványos CIE L* világosságot. Az APCA képletét saját méréssel nem ellenőriztük, ezért a dolgozat egyetlen esetére sem számolunk ki APCA-értéket — a fent említett Lc-tartomány az algoritmus közölt értékkészlete, nem a mi mérésünk. A CIE L* viszont szabvány, és ugyanazt a pontot bizonyítja.

12. Korlátok és további munka

A következő kérdésekre nem tudjuk a választ. Nem költői kérdések: egy működő terméken merültek fel, és a válaszuk megváltoztatná, hogyan tervezünk.

1. **Elég-e a 3:1 egy vészhívó felületen?** A WCAG minimumot mond, nem optimumot. Egy vészhívó gombnál, amit egy megijedt, rosszul látó idős ember keres — hol van a valódi küszöb? A szabvány nem vészhelyzeti használatra készült.
2. **Mit kezdjünk a szín jelentésével, ha a láthatóságot már a világosság hordozza?** A zöld = üzenet, kék = hívás megmarad. Segít-e még annak, aki a kettőt nem tudja megkülönböztetni — vagy inkább összezavarja?

3. **Hasznos-e a gyakorlatban a súlyossági skála?** A Machado-mátrixok 0,1-es lépésekben skálázhatók. Reálisabb-e egy 0,6-os deuteranomália, mint a teljes deuteranópia — vagy a tervezés mindig a legrosszabb esetre célozzon?
4. **Védhető-e egyáltalán a pasztell paletta?** A hat avatar-szín azért pasztell, mert barátságos és elbír sötét szöveget. De épp ez tette láthatatlanná a halvány ikont. Van-e olyan paletta, amely barátságos *és* hagy világosság-tartalékot annak, ami rákerül?

A módszer korlátai közül kettőt érdemes külön kimondani. Egyrészt a szimulációs mátrixok modellek, nem személyek: egy konkrét ember látását nem helyettesítik. Másrészt a dolgozat egyetlen terméken végzett méréseken alapul — az eredmények irányt mutatnak, de nem statisztikai minta.

13. Összegzés

Ezt a hibát nem gép találta meg. Egyetlen tesztünk sem bukott el rajta — sőt, abban a környezetben, amire tervezték (sötét fénykép fölött), az ikon kifogástalan volt.

Egy ember ránézett a telefonra, és kimondta. Egy másik, akinek maga is nehézsége van a színekkel, már korábban jelezte, hogy egyáltalán nem talál ikont — és azt a választ kapta, hogy „ott van az a kis ikon”.

Igaza volt, és nem szubjektíven: **matematikailag**. Erre való a képlet — hogy a következőt ne a saját kárán kelljen valakinek megtalálnia.

> **A három mondat, ami megmarad**
>
> **1.** A színezet nincs benne a kontraszt képletében — csak a világosság.
> **2.** Ezért a színezet soha ne az egyetlen különbség legyen két dolog között.
> **3.** Amit nem ellenőriz semmi, az előbb-utóbb megsérül — tehát a szabályból legyen teszt.

A szerzőről

Kürtösi Péter okleveles gépészmérnök, tizenöt éve tervez és épít elektronikát, ír firmware-t és üzemeltet rendszereket. Munkái között klímavezérlés, termosztátok, teszt-berendezések és szerverek szerepelnek; a legtöbbet maga tervezte, építette és programozta.

A jelen dolgozat tárgyát adó *Segítség* alkalmazás és a hozzá tartozó fali konzol idős és lábadozó embereknek készül. A rendszer két idősotthonban is telepítés előtt áll. A fejlesztés nem üzleti megrendelésre indult: abból a tapasztalatból nőtt ki, hogy a vészhelyzeti jelzés ott hiányzik a leginkább, ahol a legnagyobb szükség lenne rá. A rendszerről és a készülő eszközökről: **vigyazokrad.hu**.

> **Kapcsolat és hivatkozás**
>
> Levelezés: Kürtösi Péter · peter.kurtosi@gmail.com
> Hivatkozási alak: Kürtösi P. (2026): *A láthatóság matematikája*. Műhelytanulmány, 1.1 változat. doi.org/10.5281/zenodo.22998702
> A dolgozat oktatási célra szabadon másolható és idézhető a forrás megjelölésével.

Hivatkozások

A dolgozatban szereplő képletek és külső adatok egyike sem saját: mindegyik az alábbi forrásokból származik.

[1] **W3C (2018)** — Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. W3C Recommendation, 5 June 2018. Különösen: 1.4.3 Contrast (Minimum), 1.4.6 Contrast (Enhanced), 1.4.11 Non-text Contrast. https://www.w3.org/TR/WCAG21/

[2] **IEC (1999)** — IEC 61966-2-1:1999 — Multimedia systems and equipment — Colour measurement and management — Part 2-1: Colour management — Default RGB colour space — sRGB.

[3] **ITU-R (2015)** — Recommendation ITU-R BT.709-6 — Parameter values for the HDTV standards for production and international programme exchange. International Telecommunication Union, Geneva.

[4] **CIE (2004)** — CIE 15:2004 — Colorimetry, 3rd edition. Commission Internationale de l'Éclairage, Vienna. (A CIE 1931 2°-os szabványos megfigyelő és a CIE L* definíciója.)

[5] **Birch (2012)** — Birch, J.: Worldwide prevalence of red-green color deficiency. Journal of the Optical Society of America A, 29(3), 313–320. doi:10.1364/JOSAA.29.000313

[6] **Machado, Oliveira & Fernandes (2009)** — Machado, G. M., Oliveira, M. M. & Fernandes, L. A. F.: A Physiologically-based Model for Simulation of Color Vision Deficiency. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 15(6), 1291–1298.

[7] **Brettel, Viénot & Mollon (1997)** — Brettel, H., Viénot, F. & Mollon, J. D.: Computerized simulation of color appearance for dichromats. Journal of the Optical Society of America A, 14(10), 2647–2655.

[8] **Viénot, Brettel & Mollon (1999)** — Viénot, F., Brettel, H. & Mollon, J. D.: Digital video colourmaps for checking the legibility of displays by dichromats. Color Research & Application, 24(4), 243–252.

[9] **Wyman, Sloan & Shirley (2013)** — Wyman, C., Sloan, P.-P. & Shirley, P.: Simple Analytic Approximations to the CIE XYZ Color Matching Functions. Journal of Computer Graphics Techniques, 2(2), 1–11. (A dolgozat ábráiban használt analitikus közelítés.)

[10] **W3C (munkaanyag)** — WCAG 3 Working Draft és az APCA (Accessible Perceptual Contrast Algorithm) leírása. https://www.w3.org/TR/wcag-3.0/ · https://git.apcacontrast.com/

[11] **Sharpe és mtsai. (2005)** — Sharpe, L. T., Stockman, A., Jagla, W. & Jägle, H.: A luminous efficiency function, V*(λ), for daylight adaptation. Journal of Vision, 5(11), 948–968.

A függelék — referencia-implementáció

Az alábbi Python-kód a dolgozat teljes matematikáját tartalmazza, és ez ugyanaz a kód, amelyik az ábrákat és a szövegben álló számokat előállította. Függősége nincs.

```
import math

def srgb_linearis(s):
    """Kódolt sRGB csatorna (0..1) → lineáris fény."""
    if s <= 0.04045:
        return s / 12.92
    return ((s + 0.055) / 1.055) ** 2.4

def luminancia(hexa):
    h = hexa.lstrip("#")
    r, g, b = (int(h[i:i+2], 16) / 255.0 for i in (0, 2, 4))
    return (0.2126 * srgb_linearis(r)
            + 0.7152 * srgb_linearis(g)
            + 0.0722 * srgb_linearis(b))

def kontraszt(a, b):
    la, lb = luminancia(a), luminancia(b)
    return (max(la, lb) + 0.05) / (min(la, lb) + 0.05)
```

A színtévesztés-szimulációhoz a Machado és munkatársai (2009) által közölt, 1,0 súlyosságú mátrixok kellenek, **lineáris** RGB-ben alkalmazva, majd vissza sRGB-be kódolva. Az akromatópszia esete egyszerűbb: ott csak a luminancia marad meg mindhárom csatornán.

B függelék — reprodukálhatóság

A dolgozat egyetlen ábrája sem rajz. Mindegyik ugyanabból a modulból számol, amelyik a szövegben szereplő számokat is adja, és a dokumentum két paranccsal újraépíthető:

```
python abrak.py hu      # a hat ábra, 300 dpi
python pdf.py hu        # a dolgozat
```

— szinmatek.py — a matematika: sRGB, luminancia, kontraszt, CIE L*, színillesztő függvények, szimulációs mátrixok

— abrak.py — a hat ábra, mind a fenti modulból

— tartalom_hu.py — a szöveg; a számok helyén jelölők állnak, amiket az építő helyettesít be

— pdf.py — a tördelés

> **Miért így**
>
> Ha a szövegben álló szám külön forrásból jönne, mint az ábrán álló, előbb-utóbb elcsúsznának. Egy oktatási anyagban ez a legrosszabb, ami történhet: a hallgató nem tudja eldönteni, melyiknek higgyen. Így viszont egy ábra nem tud ellentmondani a szövegnek.